ÜNİTE II

ÜÇGENLERDE BENZERLİK

BU BÖLÜMÜN AMAÇLARI

Bu bölümü çalıştığınızda ;

* Üçgenlerde benzerliğin tanımını öğrenecek,
* Kenar-Açı-Kenar Benzerlik Aksiyomu ile Açı-Açı-Açı ve Kenar-Kenar-Kenar benzerlik teoremlerini kavrayıp ilgili uygulamalarını yapabilecek,
* Temel orantı teoremini kavrayacak, ilgili uygulamalarını yapabilecek,
* Açıortay teoremlerini kavrayacak, ilgili uygulamalarını yapabilecek,
* 1. ve 2. Tales Teoremlerini kavrayacak, ilgili uygulamalarını yapabilecek,
* Bir doğru parçasını içten ve dıştan belli bir oranda bölen noktaları bulma ile ilgili uygulamalar yapabilecek,
* Pisagor ve Öklit bağıntılarını kavrayacak, ilgili uygulamalarını yapabileceksiniz.

NASIL ÇALIŞMALIYIZ?

* ilgili örnek çözümleri gözden geçiriniz. Anlamadığınız yerde konunun işlenişine bakınız.
* Konu içerisinde veya sonunda verilen araştırma soruları ile değerlendirme sorularını cevaplandırınız. Takıldığınız yerde ilgili konuyu yeniden gözden geçiriniz.
* İşlenen konularla ilgili, ortaöğretim müfredat programına göre yazılmış olan ders kitaplarındaki alıştırma ve test sorularını çözmeye çalışınız.

1. ÜÇGENLERDE BENZERLİĞİN TANIMI

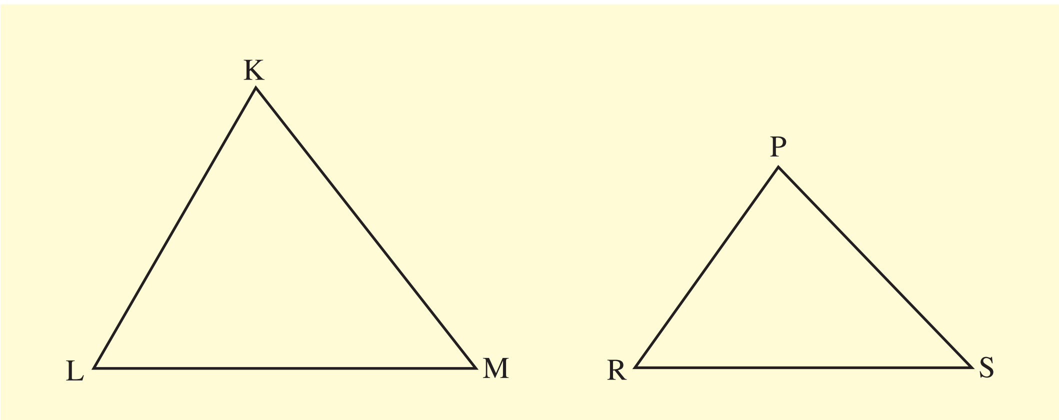
İlköğretim 8. sınıfta benzer geometrik şekiller üzerinde durmuştunuz. Geometrik şekillerden üçgenlerin benzerliğinin hangi koşullarla gerçekleştiğini öğrenip bunlarla ilgili uygulamalar yapmıştınız.

Şimdi ise üçgenlerin benzer olma durumlarını aksiyom ve teoremler şeklinde görüp inceleyeceğiz.

Önce üçgenlerin benzerliği ile ilgili tanımı verelim:

İki üçgenin köşeleri arasında yapılan bir eşlemeye göre, karşılıklı açıları eş ve karşılıklı kenarlarının uzunlukları orantılı oluyorsa yapılan bu eşlemeye benzerlik eşlemesi, üçgenlere de benzer üçgenler denir.

Örneğin, aşağıdaki üçgenlerin köşeleri arasında KLM ↔ PRS eşlemesi verilsin.



Bu eşlemeye göre;

a. $\widehat{K} \cong \widehat{P}$, $\widehat{L} \cong \widehat{R}$, $\widehat{M} \cong \widehat{S}$ yani $\left.\begin{array}{l} m(\widehat{K}) = m(\widehat{P}) \\ m(\widehat{L}) = m(\widehat{R}) \\ m(\widehat{M}) = m(\widehat{S}) \end{array}\right\}$ ve

b. $\dfrac{|KL|}{|PR|} = \dfrac{|KM|}{|PS|} = \dfrac{|LM|}{|RS|} = k \qquad (k \in R)$

oluyorsa, KLM ↔ PRS eşlemesine göre üçgenler benzerdir deriz ve bunu $\overset{\triangle}{KLM} \sim \overset{\triangle}{PRS}$ biçiminde sembolle belirtiriz.

Eşkenar veya ikizkenar üçgen olmayan benzer iki üçgenin köşeleri arasında yapılan eşlemelerden sadece biri benzerlik eşlemesidir.
Örneğin, $\widehat{KLM} \sim \widehat{PRS}$ ise $KLM \leftrightarrow SPR$ eşlemesi benzerlik eşlemesi değildir.

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ***iken,***

$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} = p \quad (p \in R)$ ***olduğunu biliyoruz. Eğer;***

1. $p > 1$ ***ise*** $\widehat{ABC}$***,*** $\widehat{DEF}$ ***nin büyütülmüşü,***

2. $p < 1$ ***ise*** $\widehat{ABC}$***,*** $\widehat{DEF}$ ***nin küçültülmüşüdür.***

3. $p = 1$ ***ise*** $\widehat{ABC}$ ***ile*** $\widehat{DEF}$ ***eş üçgenlerdir.***

(Eş üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları oranı 1 e eşittir.)

Son durumdan şu sonucu çıkarabiliriz:

Eş üçgenler benzerdir.

Şimdi de üçgenlerin benzerliği ile ilgili ispat ve uygulamalarda gerekli olacak bazı orantı özeliklerini görelim.

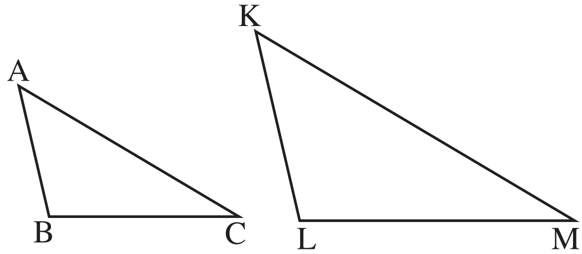
2. ORANTININ ÖZELİKLERİ

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ birer oran iken $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ eşitliğine orantı dendiğini biliyorsunuz.

Orantı ile ilgili aşağıdaki özelikler vardır. Bu özeliklerden 2 ve 3 ün elde edilişini inceleyiniz.

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \,.\, d = b \,.\, c$ dir.
2. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} + 1 = \frac{c}{d} + 1 \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ dir.
3. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} - 1 = \frac{c}{d} - 1 \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ dir.
4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ dir.
5. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ dir.
6. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ dır.

ÖRNEK 1 : Şekilde $\widehat{ABC} \sim \widehat{KLM}$ olduğuna göre,



a. Üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları arasındaki orantıyı yazınız.

b. |AB| nu, |BC|, |KL| ve |LM| cinsinden ifade ediniz.

ÇÖZÜM

a. $\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|} = \frac{|AC|}{|KM|}$ dir.

b. Yukarıdaki orantıdan |AB|, |BC|, |KL| ve |LM| uzunluklarını içeren oranları alarak,

$$\frac{|AB|}{|KL|} = \frac{|BC|}{|LM|}$$

orantısını yazalım. Bu orantıdan |AB| yi çekersek,

$$|AB| = \frac{|BC| \, . \, |KL|}{|LM|}$$

bulunur.

ÖRNEK 2 : Aşağıdaki ifadeleri tamamlayınız.

a. $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$ ise $\frac{a+b}{b} = \frac{?}{?}$

b. $\frac{x}{2} = \frac{y}{3}$ ise $\frac{x-2}{2} = \frac{?}{?}$

ÇÖZÜM : Orantının özelikleri kullanılarak,

a. $\frac{a+b}{b} = \frac{3+2}{2} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{5}{2}$

b. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3}$

bulunur.

ÖRNEK 3 : Aşağıda verilen eşitlikler yardımıyla orantıları tamamlayınız.

a. $7c = 9b$ ise $\frac{7}{9} = \frac{?}{?}$

b. $12 \,.\, 5 = 7x$ ise $\frac{x}{5} = \frac{?}{?}$

ÇÖZÜM : Orantıda iç ve dış terimler çarpımı kuralına (4 ve 6 numaralı özelikler) göre,

a. $\frac{7}{9} = \frac{b}{c}$

b. $\frac{x}{5} = \frac{12}{7}$

bulunur.

ÖRNEK 4 : $\frac{5a}{7b} = \frac{3c}{4x}$ eşitliğindeki x değerini a, b ve c cinsinden bulalım:

ÇÖZÜM

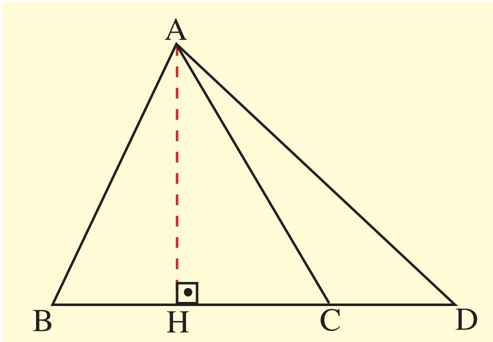
$$\frac{5a}{7b} = \frac{3c}{4x} \Rightarrow 20 \,.\, a \,.\, x = 21 \,.\, b \,.\, c$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{21 \,.\, b \,.\, c}{20 \,.\, a}$$ bulunur.

Teorem 2.1 : Yükseklikleri eş olan iki üçgenin alanlarının oranı, yüksekliklerin ait olduğu taban uzunluklarının oranına eşittir.

Açıklama : Yandaki şekilde ABC ve ACD üçgenlerinin birer kenarları aynı doğru üzerindedir.
[AH] doğru parçası bu kenarlara ait ortak yüksekliktir. Buna göre;

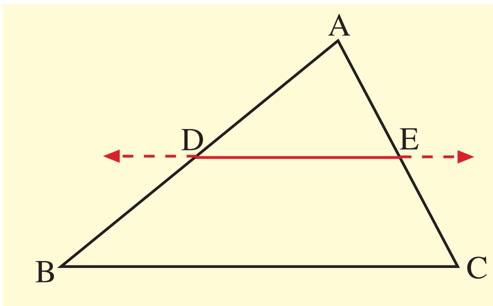
$$\frac{A(\overset{\frown}{ABC})}{A(\overset{\frown}{ACD})} = \frac{|BC|}{|CD|} \text{ dir.}$$



Teorem 2.2 (Temel Orantı Teoremi) : Bir üçgenin bir kenarına paralel olan doğru, üçgenin kenarlarını farklı iki noktada kesiyorsa, bu kenarlar üzerinde orantılı doğru parçaları ayırır.

Açıklama : İfadeye göre; D ve E sıra ile [AB] ve [AC] üzerinde iki nokta iken [DE] // [BC] ise,

$$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} \text{ dir.}$$

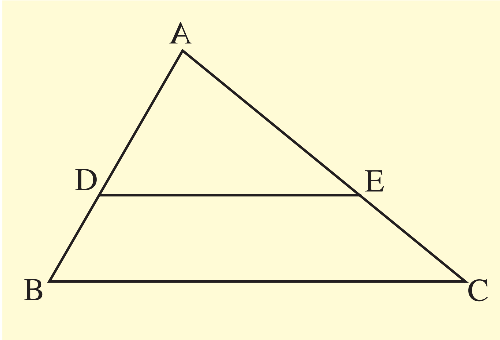


SONUÇ : Bir ABC üçgeninde,
[DE] // [BC] ise;

a. $\frac{|AD|}{|AB|} = \frac{|AE|}{|AC|}$,

b. $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|}$ ve

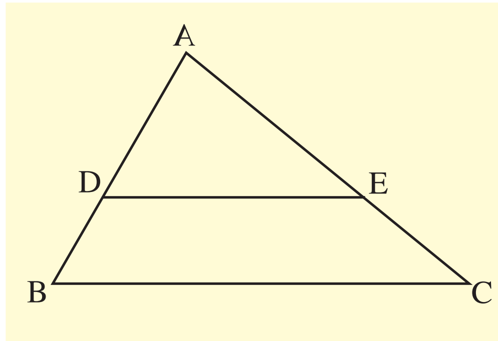
c. $\frac{|DB|}{|AB|} = \frac{|EC|}{|AC|}$ dir.



Teorem 2.3 : Bir üçgenin iki kenarını kesen bir doğru, bu kenarlar üzerinde uzunlukları orantılı doğru parçaları ayırırsa, üçgenin üçüncü kenarına paraleldir.

Açıklama : ABC üçgeninde D, A ile B ve E, A ile C noktaları arasında olsun. Eğer,

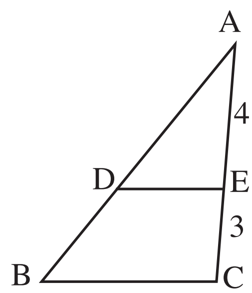
$\frac{|AB|}{|AD|} = \frac{|AC|}{|AE|}$ ise $[DE] // [BC]$ dir.



ÖRNEK 1 : Şekilde [DE] // [BC], |AE| = 4 ve |CE| = 3 tür.

$\frac{|AE|}{|AC|}, \frac{|AD|}{|DB|}$ ve $\frac{|BA|}{|BD|}$

oranlarını bulunuz.



ÇÖZÜM

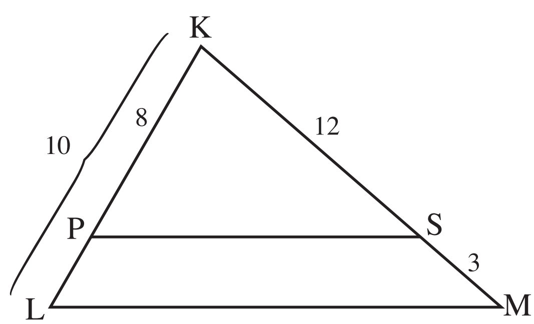
$\frac{|AE|}{|AC|} = \frac{4}{4+3} = \frac{4}{7}$ ($|AC| = |AE| + |EC|$ dir.)

$\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|AE|}{|EC|} = \frac{4}{3}$ (Teorem 2.2)

$\frac{|BA|}{|BD|} = \frac{|CA|}{|CE|} = \frac{3+4}{3} = \frac{7}{3}$ (Temel orantı teoremi sonucu)

bulunur.

ÖRNEK 2 : Şekilde |KP| = 8, |KL| = 10, |KS| = 12 ve |SM| = 3 veriliyor. [PS] // [LM] midir?



ÇÖZÜM

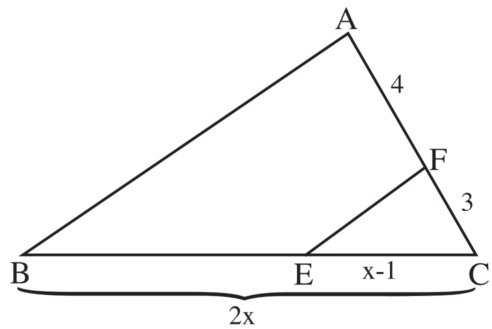
Şekilde [PS] doğru parçasının, [KL] ve [KM] üzerinde ayırdığı parçaların orantılı olup olmadığına bakalım:

$$\frac{|KP|}{|KL|} = \frac{|KS|}{|KM|} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{12}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \quad \text{bulunur.}$$

“Teorem 2.3”e göre [PS] // [LM] olur.

ÖRNEK 3 : Şekilde [EF] // [AB] ve [EF] nin [AC] ile [BC] üzerinde ayırdığı doğru parçalarının uzunlukları şekil üzerinde verildiğine göre |BC| nu bulunuz.



ÇÖZÜM : ABC üçgeninde temel orantı teoremine göre,

$$\frac{|CF|}{|CA|} = \frac{|CE|}{|CB|}$$

orantısını yazalım. Bilinen değerleri orantıda yerine yazarsak,

$$\frac{3}{7} = \frac{x-1}{2x} \qquad (\,|CA| = 3 + 4 = 7\,)$$

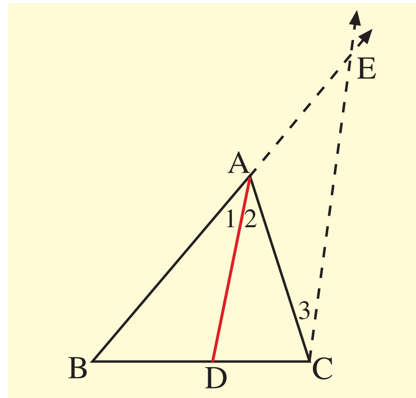
ve bunun çözümünden, $x = 7$ elde edilir.

$|BC| = 2x$ olduğundan $|BC| = 2 \cdot 7 = 14$ bulunur.

Teorem 2.4 (Açıortay Teoremi) : Bir üçgende bir iç açının açıortayı, karşısındaki kenarı diğer kenarlarla orantılı olarak böler.

Hipotez : [AD], ABC üçgeninde A açısına ait açıortaydır.

Hüküm : $\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|BD|}{|DC|}$ dir.



İspat : C noktasından DA açıortay doğrusuna paralel bir ışın çizip, [BA nı kestiği noktaya E diyelim.

[DA] // [CE] olduğundan temel orantı teoremine göre,

$$\frac{|BA|}{|AE|} = \frac{|BD|}{|DC|}$$

dir. Diğer taraftan,

$\widehat{A}_2 \cong \widehat{C}_3$ (iç ters açılar)

$\widehat{A}_1 \cong \widehat{E}$ (yöndeş açılar)

$\widehat{A}_1 \cong \widehat{A}_2$ (çizimden)

olduğundan,

$\widehat{C}_3 \cong \widehat{E}$

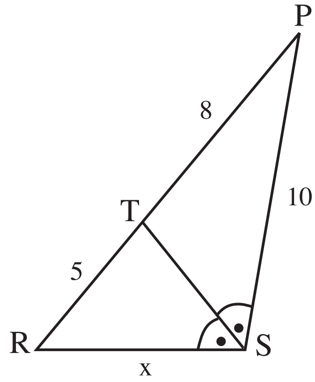
dir. O hâlde, $\overset{\frown}{ACE}$ ikizkenar bir üçgendir. Dolayısıyle,

$|AE| = |AC|$ dır.

Orantıda $|AE|$ yerine $|AC|$ yazarsak,

$\frac{|BA|}{|AC|} = \frac{|BD|}{|DC|}$ bulunur.

ÖRNEK 1 : Şekildeki $\widehat{PRS}$ nde [ST], S açısının açıortayıdır. |PT| = 8, |TR| = 5 ve |PS| = 10 ise |SR| kaçtır?

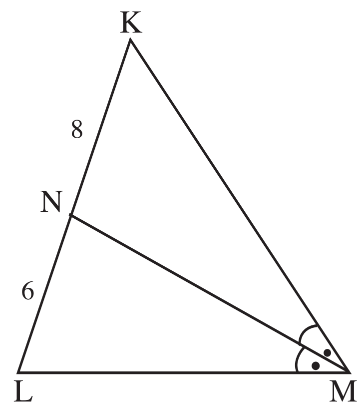


ÇÖZÜM : Açıortay teoremine göre,

$$\frac{|PS|}{|SR|} = \frac{|PT|}{|TR|}$$

orantısı yardımıyla, $\frac{10}{|SR|} = \frac{8}{5}$ ve $|SR| = \frac{25}{4}$ bulunur.

ÖRNEK 2 : Şekilde [MN], KLM üçgeninde M açısına ait açıortay olduğuna göre, |LN| = 6 cm, |NK| = 8 cm ve KLM üçgeninin çevresi 42 cm ise |LM| kaç cm dir?



ÇÖZÜM : [MN], M açısına ait açıortay olduğundan, açıortay teoremine göre,

$$\frac{|MK|}{|ML|} = \frac{|KN|}{|NL|} \quad ..... (1)$$

orantısı yazılır. $\frac{|KN|}{|NL|} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ olup orantının özeliğine göre,

$$\frac{|MK|}{|ML|} = \frac{4k}{3k} \quad (k \in R^+)$$ dir. O hâlde (1) orantısını $\frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$

biçiminde ifade edebiliriz. Diğer taraftan, |KL| = |KN| + |NL|

olduğundan bu orantıdaki terimlerin toplamı üçgenin çevre uzunluğuna eşit olur. Yani,

$$4k + 3k + 3 + 4 = 42$$

olur. Buradan, $7k + 7 = 42$

$$k = 5$$

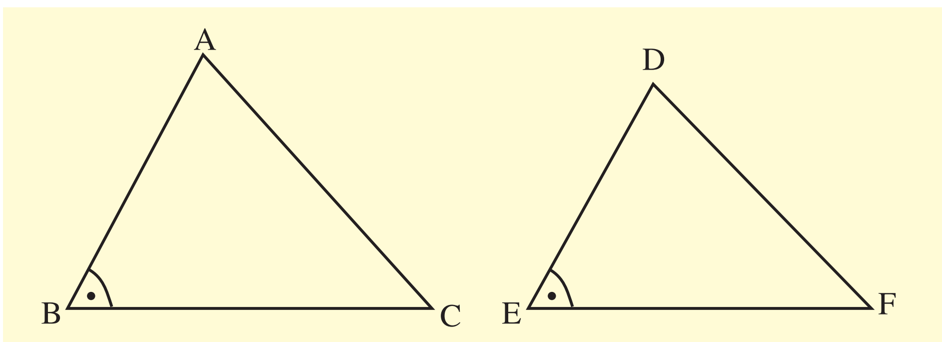
ve

$$|ML| = 3k \Rightarrow |ML| = 3 \,.\, 5 = 15 \text{ cm bulunur.}$$

3. ÜÇGENLERDE BENZERLİK TEOREMLERİ

Teorem 2.5 : (K.A.K Benzerlik Teoremi) : İki üçgenin köşeleri arasında yapılan bir eşlemede, karşılıklı ikişer kenarlarının uzunlukları orantılı ve bu kenarların oluşturdukları açıları eş ise üçgenler benzerdir.

Açıklama : ABC ⇔ DEF eşlemesine göre;



$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|BC|}{|EF|} \\ \text{ve } \widehat{B} \cong \widehat{E} \end{array}\right\} \text{ ise } \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \text{ dir.}$$

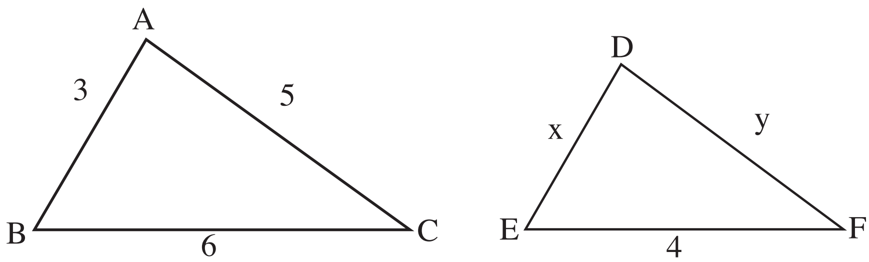
Bundan böyle anlatımlarda, "karşılıklı kenarların uzunlukları oranı" yerine kısaca, "karşılıklı kenarların oranı" diyeceğiz.

Benzer üçgenlerin karşılıklı iki kenarının uzunlukları oranına, benzerlik oranı denir.

ÖRNEK 1 : Aşağıdaki şekilde $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ dir. Şekil üzerinde verilenlere göre;

a. ABC üçgeninin, DEF üçgenine benzerlik oranı kaçtır?

b. x ve y değerleri kaçtır?



ÇÖZÜM: Benzer üçgenlerde karşılıklı kenarların uzunlukları orantılıdır. Buna göre;

$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AC|}{|DF|} \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{6}{4} = \frac{5}{y}$$

yazılır. Orantıda bilinenler yardımıyla;

a. $\frac{|BC|}{|EF|} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ bulunur.

b. $\frac{3}{x} = \frac{6}{4} = \frac{5}{y}$ eşitliğinden, oranları aşağıdaki gibi alınarak,

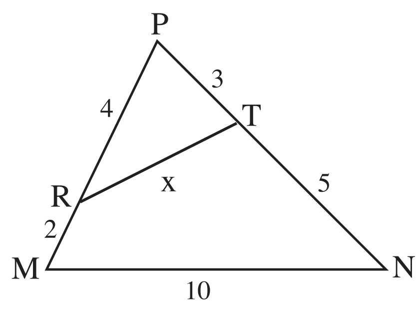
$$\frac{3}{x} = \frac{6}{4} \Rightarrow 6x = 3 \,.\, 4 \Rightarrow x = 2,$$

$$\frac{6}{4} = \frac{5}{y} \Rightarrow 6y = 4 \,.\, 5 \Rightarrow y = \frac{10}{3}$$ bulunur.

ÖRNEK 2 : Şekilde verilenler yardımıyla,

a. $\widehat{MNP} \sim \widehat{TRP}$ olduğunu gösteriniz.

b. PRT üçgeninde |RT| = x değerini bulunuz.



ÇÖZÜM

a. $\widehat{MNP}$ ve $\widehat{TRP}$ üçgenlerinin karşılıklı |PR| ile |PN| ve |PT| ile |PM| kenar uzunluklarını oranlayalım.

|PN| = 3 + 5 = 8 ve |PM| = 4 + 2 = 6 dır. Buna göre,

$$\frac{|PR|}{|PN|} = \frac{|PT|}{|PM|} \Rightarrow \frac{4}{8} = \frac{3}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

olduğundan sözkonusu karşılıklı kenarlar orantılıdır.

Ayrıca bu kenarlar arasındaki açı aynı yani,

$\widehat{P} \cong \widehat{P}$ (özeşlik)

dir. Bu durumda; K.A.K benzerlik teoremi gereğince,

$\widehat{MNP} \sim \widehat{TRP}$ dir.

b. Benzer olan bu üçgenlerin karşılıklı üçüncü kenarlarının uzunlukları da orantılı olacağından,

$$\frac{|PR|}{|PN|} = \frac{|PT|}{|PM|} = \frac{|RT|}{|NM|} \text{ ve}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \frac{x}{10}$$

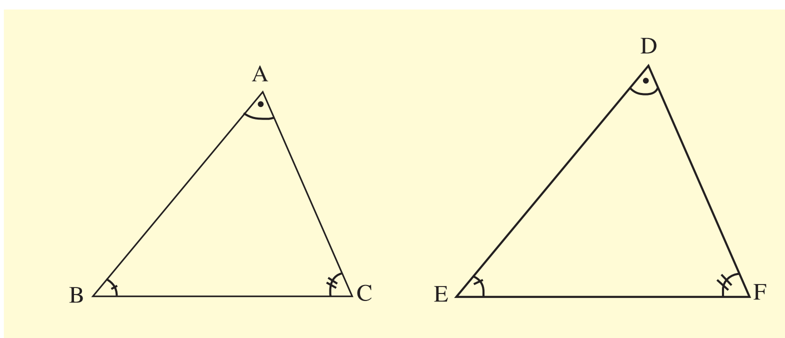
yazılır.Buradan,

$$\frac{3}{6} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 5$$

bulunur.

Teorem 2.6 (A.A.A. Benzerlik Teoremi) : İki üçgenin köşeleri arasında yapılan bir eşlemede; karşılıklı açılar eş ise, üçgenler benzerdir.

Açıklama : İfadeye göre ABC ↔ DEF eşlemesi verildiğinde,



$$\left.\begin{array}{l} \widehat{A} \cong \widehat{D} \\ \widehat{B} \cong \widehat{E} \\ \widehat{C} \cong \widehat{F} \end{array}\right\} \text{ ise } \widehat{ABC} \sim \widehat{DEF} \text{ dir.}$$

SONUÇ 1. (A.A Sonucu) : İki üçgenin köşeleri arasında yapılan bir eşlemede, üçgenlerin karşılıklı iki açıları eş ise bu eşleme bir benzerliktir.

Açıklama : Üçgende iç açıların ölçüleri toplamı 180° olduğundan, karşılıklı iki açısı eş olan iki üçgenin üçüncü açıları da eş olmak zorundadır. Dolayısıyla,

ABC ↔ DEF eşlemesine göre;

$\widehat{A} \cong \widehat{D}$ ve $\widehat{B} \cong \widehat{E}$ ise $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ dir.

$\widehat{A} \cong \widehat{D}$ ve $\widehat{C} \cong \widehat{F}$ ise $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ dir.

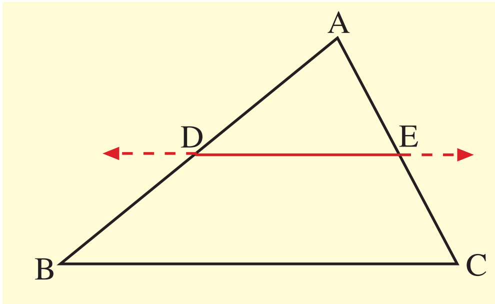
Diğer durumu da siz yazınız.

SONUÇ 2 : Bir üçgenin herhangi bir kenarına paralel olan bir doğru, diğer kenarları farklı iki noktada kestiğinde meydana gelen üçgen, ilk üçgene benzerdir.

Açıklama : Yandaki şekilde;

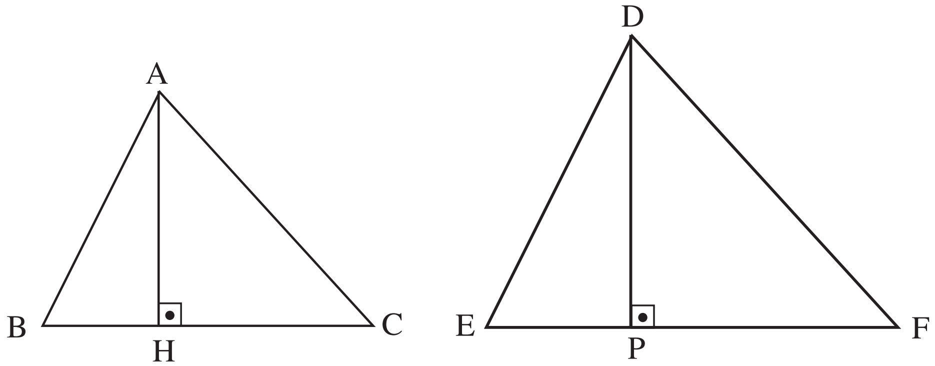
[DE] // [BC] ise

$\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ dir.



ÖRNEK : Benzer iki üçgenin karşılıklı yükseklikleri oranının, üçgenlerin benzerlik oranına eşit olduğunu gösterelim.

ÇÖZÜM : Şekle göre;



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ ise $\dfrac{|AH|}{|DP|} = \dfrac{|BC|}{|EF|}$ olduğunu göstermeliyiz.

$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ benzerlik eşlemesi ile verilen üçgenlerin karşılıklı olan [BC] ve [EF] kenarlarına sıra ile [AH] ve [DP] dikmelerini inelim.

$m(\widehat{AHC}) = m(\widehat{DPF})$ (çizimden) ve

$m(\widehat{C}) = m(\widehat{F})$ ($\overset{\triangle}{ADE} \sim \overset{\triangle}{ABC}$ veriliyor.)

olduğundan A.A.A. benzerlik teoremi sonucuna göre,

$$\overset{\triangle}{AHC} \sim \overset{\triangle}{DPF}$$

olur. Dolayısıyle,

$$\frac{|AH|}{|DP|} = \frac{|AC|}{|DF|} \quad ..... (1)$$

olur. Başta verilen $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ benzerliğine göre,

$$\frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|} \quad ..... (2)$$

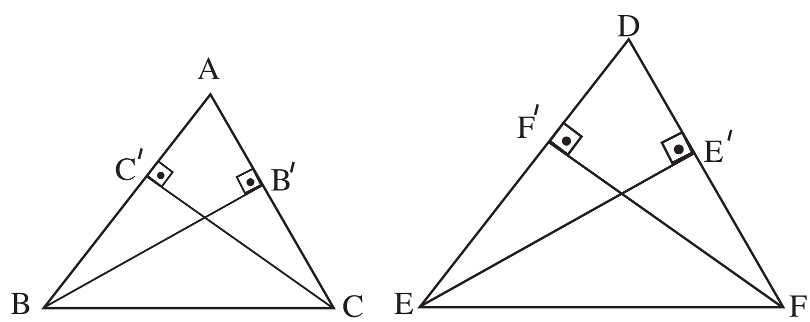
olur. (1) ve (2) ifadeleri yardımıyla,

$$\frac{|AH|}{|DP|} = \frac{|BC|}{|EF|}$$

bulunur.

Benzer üçgenlerde karşılıklı yardımcı elemanların uzunlukları oranı, üçgenlerin benzerlik oranına eşittir.

ÖRNEK 1



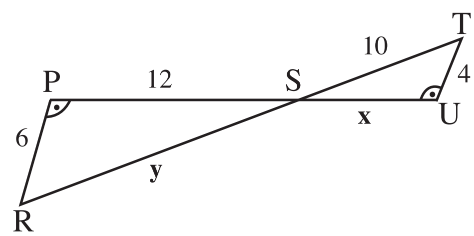
Yukarıdaki şekilde $|CC'| = 9$ ve $|FF'| = 12$ veriliyor. $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ olduğuna göre, ABC üçgeninin DEF üçgenine benzerlik oranını bulunuz.

ÇÖZÜM : Verilen benzerliğe göre üçgenlerin karşılıklı [AB] ve [DE] kenarlarına ait olan yükseklikler sıra ile $|CC'|$ ve $|FF'|$ olduğundan istenen benzerlik oranı,

$$\frac{|CC'|}{|FF'|} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

olur.

ÖRNEK 2 : Şekilde $m(\widehat{P}) = m(\widehat{U})$, $|PS| = 12$, $|ST| = 10$, $|TU| = 4$ ve $|PR| = 6$ veriliyor.



a. $\widehat{SPR} \sim \widehat{SUT}$ olduğunu gösteriniz.

b. x ve y uzunluklarını bulunuz.

ÇÖZÜM

a. Şekle göre,

$m(\widehat{PSR}) = m(\widehat{UST})$ (ters açılar)

dir. Ayrıca $m(\widehat{P}) = m(\widehat{U})$ olduğu biliniyor. O hâlde A.A.A. benzerlik teoremine göre,

$$\widehat{SPR} \sim \widehat{SUT}$$

olur.

b. Eş üçgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları orantılı olduğundan,

$$\frac{|SP|}{|SU|} = \frac{|SR|}{|ST|} = \frac{|PR|}{|UT|}$$

dir. Orantıda değerler yerlerine yazılırsa,

$$\frac{12}{x} = \frac{y}{10} = \frac{6}{4}$$

olur. Oranlar ikişer ikişer alınarak,

$\frac{12}{x} = \frac{6}{4}$ ve $\frac{y}{10} = \frac{6}{4}$ eşitliklerinden,

$$x = 8 \quad \text{ve} \quad y = 15$$

bulunur.

Teorem 2.7 (1. Tales teoremi) : Birbirine paralel olan üç veya daha fazla doğru iki farklı doğruyla kesildiğinde, kesenler üzerinde ayrılan doğru parçaları orantılıdır.

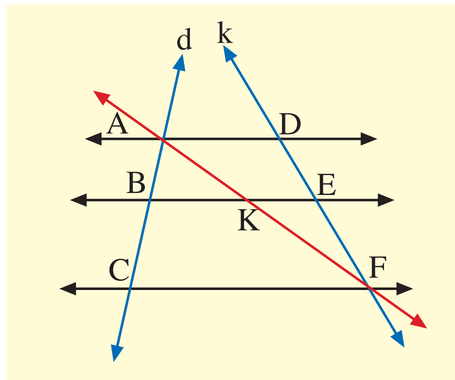
Açıklama : Teoremin ifadesine göre şekilde,

[AD] // [BE] // [CF]

ve d ile k farklı iki kesen ise,

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|}$$

dir.



İspat : A ve F noktalarından geçen AF doğrusu ile BE doğrusunun kesişimi K noktası olsun. Oluşan benzer üçgenler arasında temel orantı teoremi yardımıyla;

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|AK|}{|KF|} \quad \text{(Temel orantı teoremi)}$$

ve

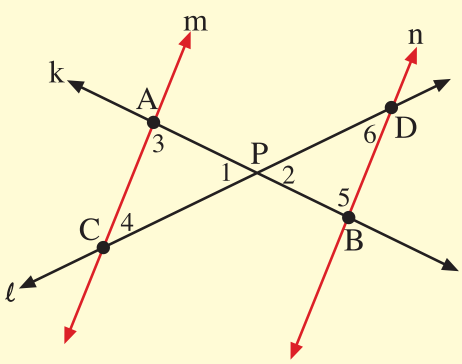
$$\frac{|DE|}{|EF|} = \frac{|AK|}{|KF|} \quad \text{(Temel orantı teoremi)}$$

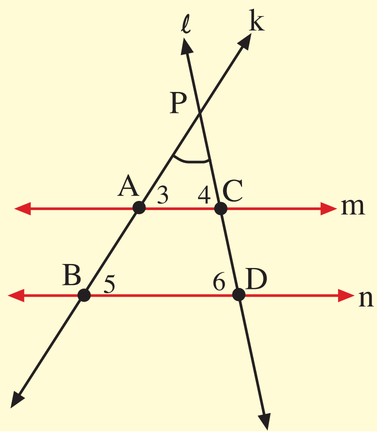
orantıları yazılabilir. Orantıların eşitliğinden,

$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|} \quad \text{bulunur.}$$

Teorem 2.8 (2. Tales teoremi) : Kesişen iki doğru paralel iki doğru ile kesildiğinde, oluşan üçgenlerin karşılıklı kenarları orantılıdır.

Açıklama : Teoremin ifadesine uygun iki çizim söz konusudur.



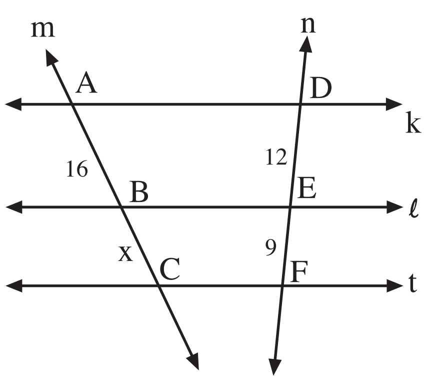


(1) (2)

$k \cap \ell = \{P\}$, m//n ve m ile n doğruları sıra ile k doğrusunu A ve B, ℓ doğrusunu C ve D noktalarında kesiyorsa,

$$\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{|PC|}{|PD|} = \frac{|AC|}{|BD|} \quad \text{dir.}$$

ÖRNEK 1 : Şekilde, $k \,//\, \ell \,//\, t$ dir. k, ℓ, t doğrularının m ve n kesenleri üzerinde ayırdığı doğru parçalarının uzunlukları |AB| = 16 cm, |DE| = 12 cm, |EF| = 9 cm olduğuna göre |BC| = x kaç cm dir?



ÇÖZÜM

k, ℓ ve t (paralel doğrular) “1. Tales Teoremi”ne göre m ve n doğruları üzerinde karşılıklı olarak orantılı doğru parçaları ayırdığından,

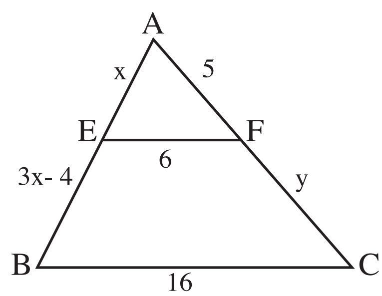
$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|} \Rightarrow \frac{16}{x} = \frac{12}{9}$$

orantısı yazılır. Buradan,

$12x = 16 . 9$ ve

$x = 12$ bulunur.

ÖRNEK 2 : Şekilde [EF] // [BC] olduğuna göre verilenler yardımıyla x ve y değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM : [EF] // [BC] verildiğinden

“2. Tales Teoremi”ne göre,

$$\frac{|AE|}{|AB|} = \frac{|EF|}{|BC|} = \frac{|AF|}{|AC|}$$

orantısı yazılabilir. İlk iki oran yardımıyla,

$$\frac{x}{4x - 4} = \frac{6}{16} \qquad (\ |AB| = x + (3x - 4) = 4x - 4 \text{ dir.})$$

eşitliğinden, $x = 3$ bulunur. Son iki oranda bilinenler yerine yazılırsa,

$$\frac{|EF|}{|BC|} = \frac{|AF|}{|AC|} \Rightarrow \frac{6}{16} = \frac{5}{5 + y}$$

orantısı elde edilir. Buradan bilinmeyen değer, $y = \frac{25}{3}$ bulunur.

Bir üçgende kenarortayların kesiştikleri noktaya, üçgenin ağırlık merkezi denir.

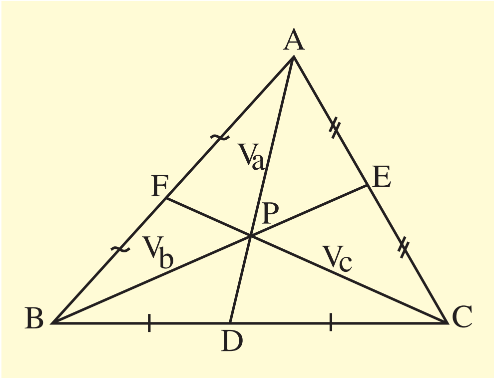
Teorem 2.9 : Üçgenin ağırlık merkezinin, üçgenin herhangi bir köşesine uzaklığı, o köşesinden geçen kenarortay uzunluğunun üçte ikisine eşittir.

Açıklama : Şekilde; [AD], [BE], [CF] kenarortaylar ve P bunların kesişim noktası olmak üzere;

$|AP| = \frac{2}{3} V_a$,

$|BP| = \frac{2}{3} V_b$ ve

$|CP| = \frac{2}{3} V_c$ dir.



ÖRNEK : Bir üçgenin ağırlık merkezinin üçgenin köşelerine uzaklıkları toplamı 12 birimdir. Bu üçgenin kenarortaylarının uzunlukları toplamı kaç birimdir?

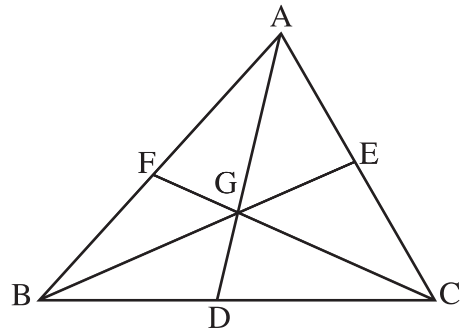
ÇÖZÜM : Bir üçgende ağırlık merkezi, üçgenin köşelerine kenarortay uzunluğunun $\frac{2}{3}$ si kadar uzaklıktadır.

Bu durumda,

$$|AG| + |BG| + |CG| = 12$$

kenarortayların uzunlukları toplamının $\frac{2}{3}$ sine eşittir. Buna göre;

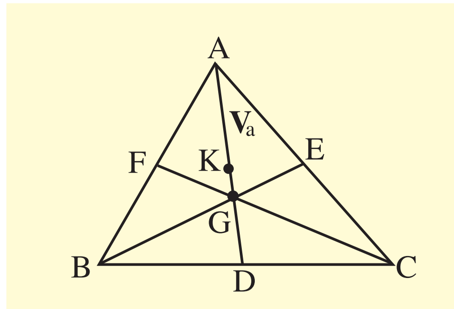
$$|AD| + |BE| + |CF| = 12 \cdot \frac{3}{2}$$
$$= 18 \text{ birim olur.}$$



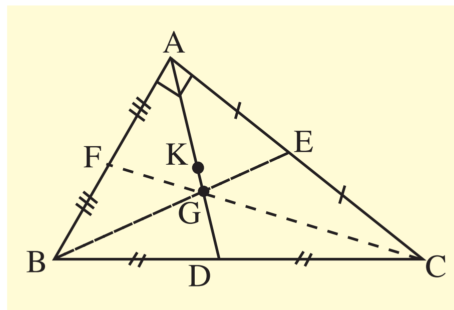
SONUÇ : Üçgenin bir kenarortayının orta noktası, ağırlık merkezine o kenarortayın uzunluğunun $\frac{1}{6}$ i kadar uzaklıktadır.

Açıklama : Şekilde, G noktası üçgenin ağırlık merkezi ve $|AK| = |KD|$ ise,

$$|KG| = \frac{1}{6} V_a \quad \text{dır.}$$



ÖRNEK : Yandaki şekilde $m(\widehat{A}) = 90°$ ve $[AD]$ kenarortaydır. $|AK| = |KD|$ ve $|BC| = 24$ birim olduğuna göre $|KG|$ kaç birimdir?



ÇÖZÜM

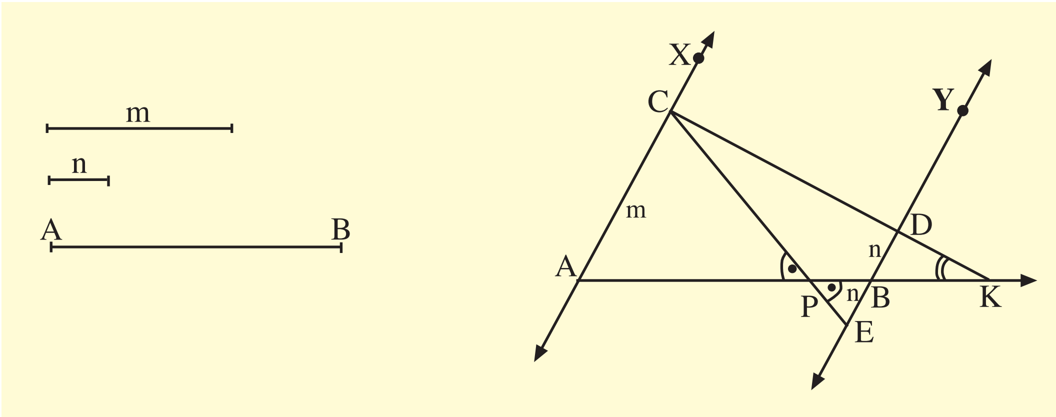
$\overset{\triangle}{ABC}$ dik üçgeninde;

$|AD| = \frac{1}{2} . |BC|$ (Teorem 1.10) dir.

$|AD| = \frac{1}{2} . |BC| \Rightarrow |AD| = \frac{1}{2} . 24 = 12$

$|KG| = \frac{1}{6} . |AD| \Rightarrow |KG| = \frac{1}{6} . 12 = 2$ birim bulunur.

Verilen Bir AB Doğru Parçasını İstenen m/n Oranında İçten Ve Dıştan Bölen Noktaları Bulma



AB doğru parçasının uç noktalarından birbirine paralel olan AX ve BY doğrularını çizelim. Bu doğrular üzerinde,

$|AC| = m$ ve $|BD| = |BE| = n$

olacak şekilde C, D ve E noktalarını işaretleyelim.

CE doğrusu [AB] nı P noktasında, CD doğrusu da [AB] nın uzantısını K noktasında kessin. Bu durumda "2. Tales Teoremi"ne göre,

$$\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{m}{n} \quad \text{ve} \quad \frac{|KA|}{|KB|} = \frac{m}{n}$$

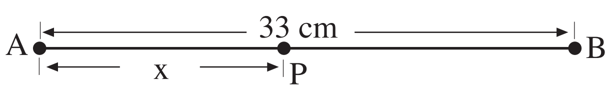
orantıları yazılır. Burada;

P, [AB] yi $\frac{m}{n}$ oranında **içten bölen** nokta,

K, [AB] yi $\frac{m}{n}$ oranında **dıştan bölen** noktadır.

ÖRNEK : Uzunluğu 33 cm olan AB doğrusu parçasını $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{4}{7}$ oranında içten bölen nokta P ise |AP| kaç cm dir?

ÇÖZÜM



P, [AB] yi içten bölen nokta olduğuna göre,

$$\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{4}{7}$$

dir. $|AB| = |PA| + |PB| = 33$ cm dir.

$|PA| = x$ olsun. Bu durumda, $|PB| = 33 - x$ olur. Bu değerleri yukarıdaki orantıda yerlerine yazarsak,

$$\frac{x}{33 - x} = \frac{4}{7} \quad \Rightarrow 7x = 4 \,.\, (33 - x)$$
$$7x = 4 \,.\, 33 - 4x$$
$$11x = 4 \,.\, 33$$
$$x = 12 \text{ cm}$$ bulunur.

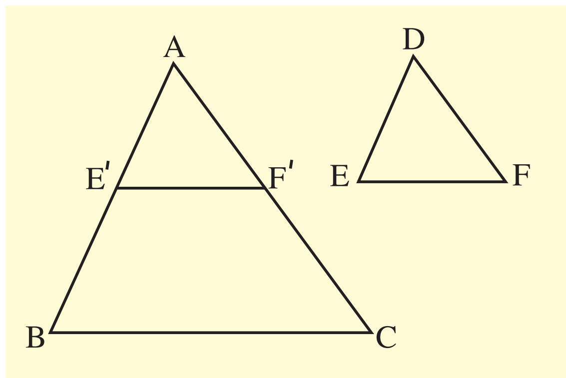
Teorem 2.10 (K.K.K. Benzerlik Teoremi) : İki üçgenin köşeleri arasında yapılan bire bir eşlemede, karşılıklı kenarların uzunlukları orantılı ise üçgenler benzerdir.

Açıklama

ABC ↔ DEF eşlemesi verildiğinde,

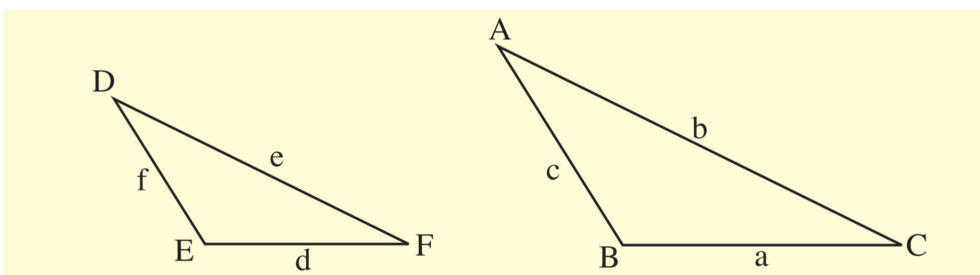
$$\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|}$$ ise

$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ dir.



Teorem 2.11 : Benzer iki üçgenin çevrelerinin uzunlukları oranı, benzerlik oranına eşittir.

Açıklama : İfadeye göre şekilde, ABC ↔ DEF eşlemesi verildiğinde,



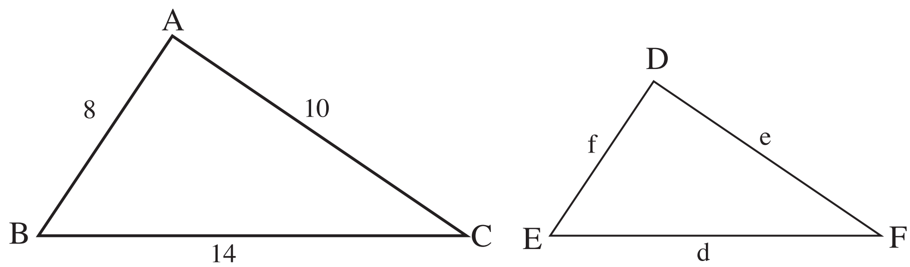
$\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ise $\dfrac{a + b + c}{d + e + f} = \dfrac{a}{d} = \dfrac{b}{e} = \dfrac{c}{f}$ dir.

ÖRNEK 1 : Çevre uzunlukları 18 cm ve 45 cm olan benzer iki üçgenin benzerlik oranı,

$$\frac{18}{45} = \frac{9 \,.\, 2}{9 \,.\, 5} = \frac{2}{5} \quad \text{tir.}$$

ÖRNEK 2 : $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ ve ABC üçgeninin kenar uzunlukları a = 14 cm, b = 10 cm, c = 8 dir. DEF üçgeninin çevresinin uzunluğu 16 cm olduğuna göre kenar uzunluklarını bulunuz.

ÇÖZÜM



ABC üçgeninin çevre uzunluğu,

$$14 + 10 + 8 = 32 \text{ cm}$$

dir. DEF üçgeninin çevre uzunluğu,

$$d + e + f = 16 \text{ cm}$$

dir. "Teorem 4.11"e göre,

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} = \frac{a + b + c}{d + e + f}$$

olduğundan,

$$\frac{14}{d} = \frac{10}{e} = \frac{8}{f} = \frac{14 + 10 + 8}{d + e + f} = \frac{32}{16} = 2$$

bulunur. Buradan,

$\frac{14}{d} = 2$ olup $d = 7$ cm,

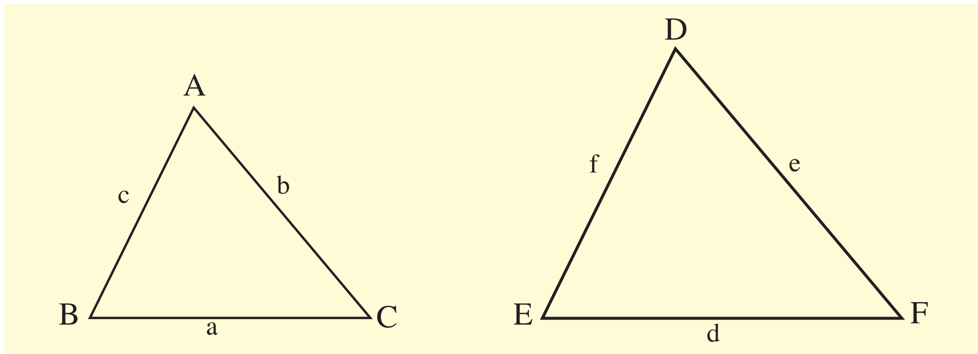
$\frac{10}{e} = 2$ olup $e = 5$ cm,

$\frac{8}{f} = 2$ olup $f = 4$ cm,

bulunur.

Teorem 2.12 : Benzer iki üçgenin alanlarının oranı, benzerlik oranının karesine eşittir.

Açıklama : Teoremin ifadesine göre şekilde,



$\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF}$ ise $\dfrac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \left(\dfrac{a}{d}\right)^2$ dir.

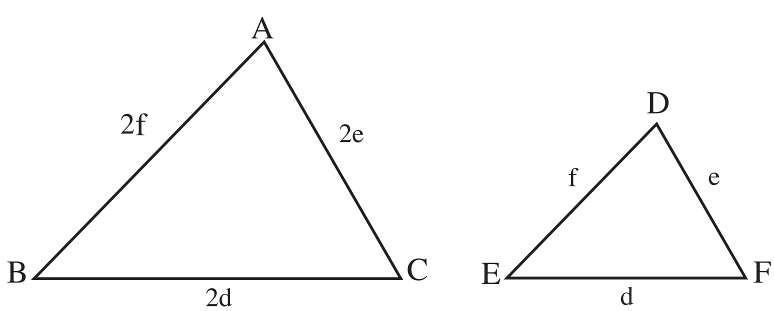
ÖRNEK 1 : ABC üçgeninin DEF üçgenine benzerlik oranı $\dfrac{2}{3}$ olsun. Bu duruMda ABC üçgeninin alanının, DEF üçgeninin alanına oranı,

$$\frac{A(\overset{\triangle}{ABC})}{A(\overset{\triangle}{DEF})} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

olur.

ÖRNEK 2 : Benzer iki üçgenden birinin bir kenar uzunluğu, diğer üçgende buna karşılık gelen kenar uzunluğunun 2 katıdır. Büyük üçgenin alanı 12 cm^2 olduğuna göre, diğer üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

ÇÖZÜM : $\overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{DEF} \Rightarrow \dfrac{|AB|}{|DE|} = \dfrac{|AC|}{|DF|} = \dfrac{|BC|}{|EF|} = 2$ olur.



Üçgenlerin alanlarının oranı,

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = 2^2$$

dir. Büyük üçgenin alanı $A(\widehat{ABC}) = 12$ cm^2 olduğundan,

$$\frac{12}{A(\widehat{DEF})} = 4$$

ve

$$\frac{12}{A(\widehat{DEF})} = \frac{4}{1} \Rightarrow A(\widehat{DEF}) = 3\ \text{cm}^2$$

bulunur.

4. DİK ÜÇGENLERDE BENZERLİKLER

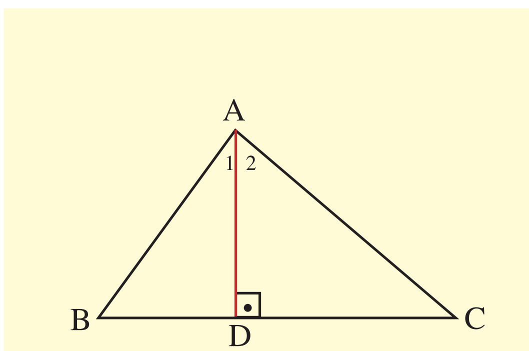
Teorem 2.13 : Bir dik üçgende hipotenüse ait yükseklik, üçgeni birbirine ve kendisine benzer iki dik üçgene ayırır.

Açıklama : ABC üçgeninde,

$[BA] \perp [AC]$ ve $[AD] \perp [BC]$ ise

$$\widehat{BAD} \sim \widehat{ACD} \sim \widehat{BCA}$$

dir.



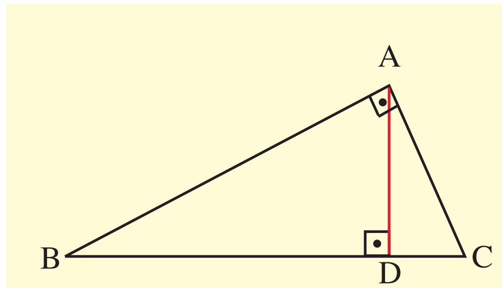
$\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ **orantısını sağlayan x pozitif sayısına, a ile b sayılarının geometrik ortası denir.**

SONUÇLAR : Bir dik üçgen ile hipotenüsüne ait yüksekliği verildiğinde;

1. Yükseklik, hipotenüs üzerinde ayırdığı doğru parçaların geometrik ortasıdır.

2. Her dik kenar, hipotenüs ile hipotenüsün kendi tarafında ayırdığı parçanın geometrik ortasıdır.

Açıklama : ABC dik üçgeninde hipotenüse indirilen dikmenin ayağı D olsun. Sonuç ifadelerine göre,



1. $\dfrac{|BD|}{|AD|} = \dfrac{|AD|}{|CD|} \Rightarrow \mathbf{|AD|^2 = |BD| \cdot |DC|}$ dir.

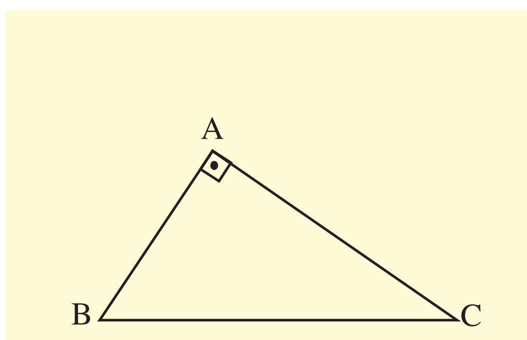
2. $\dfrac{|BD|}{|BA|} = \dfrac{|BA|}{|BC|} \Rightarrow \mathbf{|BA|^2 = |BD| \cdot |BC|}$ ve

$\dfrac{|DC|}{|AC|} = \dfrac{|AC|}{|BC|} \Rightarrow \mathbf{|AC|^2 = |DC| \cdot |BC|}$ dir.

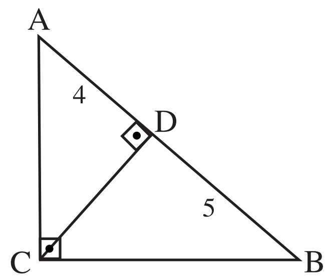
Pisagor Teoremi 2.14 : Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüs uzunluğunun karesine eşittir.

Açıklama : ABC dik üçgeninde, [BC] hipotenüs, [AB] ile [AC] dik kenarlar ise,

$|AB|^2 + |AC|^2 = |BC|^2$ dir.



ÖRNEK 1 : Şekilde [CD], ABC dik üçgeninin hipotenüsüne ait yüksekliği olsun. $|AD| = 4$, $|DB| = 5$ olduğuna göre, $|CA|$, $|CB|$ ve $|DC|$ değerlerini bulunuz.



ÇÖZÜM : "Sonuç 1"e göre,

$$|DC|^2 = |DA| \,.\, |DB|$$

dir. Bilinen değerleri eşitlikte yerine yazarsak,

$$|DC|^2 = 4 \,.\, 5 \quad \text{ve}$$

$$|DC| = 2\sqrt{5}$$

bulunur.

"Sonuç 2"ye göre,

$$|CA|^2 = |DA| \,.\, |BA|$$

dir. Diğer taraftan $|BA| = |AD| + |DB| = 9$ dir. O hâlde,

$$|CA|^2 = 4 \,.\, 9$$

$$|CA| = 6$$

bulunur.

"Sonuç 2"ye göre,

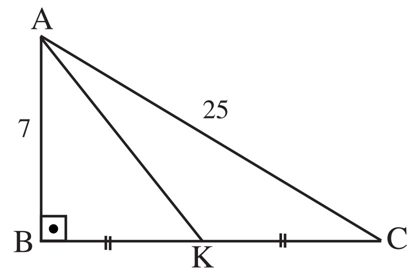
$$|CB|^2 = |DB| \,.\, |AB|$$

dir. Değerler eşitlikte yerine yazılırsa,

$$|CB|^2 = 5 \,.\, 9$$

$$|CB| = 3\sqrt{5} \quad \text{olur.}$$

ÖRNEK 2 : Şekilde $m(\widehat{B}) = 90°$, $|AB| = 7$, $|AC| = 25$ ve $|BK| = |KC|$ verildiğine göre $|AK|$ kaçtır?



ÇÖZÜM : ABC dik üçgeninde pisagor bağıntısı yardımıyla,

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 \Rightarrow 25^2 = 7^2 + |BC|^2$$
$$\Rightarrow |BC|^2 = 576$$
$$\Rightarrow |BC| = 24$$

bulunur. Diğer taraftan $|BK| = |KC|$ olduğundan,

$$|BK| = \frac{1}{2}|BC| \quad \text{ve} \quad |BK| = 12$$

dir. ABK dik üçgeninde yine pisagor bağıntısını uygularsak,

$$|AK|^2 = |AB|^2 + |BK|^2$$

olur. Bilinen değerler eşitlikte yerine yazılırsa,

$$|AC|^2 = |AB| + |BC|$$
$$|AK|^2 = 193$$
$$|AK| = \sqrt{193}$$

bulunur.

KONUNUN ÖZETİ

*İki üçgenin köşeleri arasında yapılan bir eşlemeye göre, karşılıklı açıları eş veya karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise üçgenler benzerdir.

ABC $\leftrightarrow$ KLM bir benzerlik eşlemesi ise $\widehat{ABC} \sim \widehat{KLM}$ biçiminde ifade edilir.

*Kenar Açı Kenar Benzerlik Teoremi : İki üçgenin köşeleri arasında verilen bir eşlemeye göre karşılıklı ikişer kenarlarının uzunlukları orantılı ve bu kenarlarla belirli açıları eş ise üçgenler benzerdir.

*Bir üçgen ile kenarlarından birine paralel olan bir doğru ile kesilerek elde edilen üçgen benzerdir.

*Açı Açı Açı Benzerlik Teoremi : İki üçgenin köşeleri arasında verilen bir eşlemeye göre karşılıklı açıları eş ise üçgenler benzerdir.

*Kenar Kenar Kenar Benzerlik Teoremi : İki üçgenin köşeleri arasında verilen bir eşlemeye göre karşılıklı kenar uzunlukları orantılı ise üçgenler benzerdir.

*Benzer iki üçgenin çevre uzunlukları oranı, benzerlik oranına eşittir.

*Benzer iki üçgenin alanlarının oranı benzerlik oranının karesine eşittir.

*Dik üçgende hipotenüse ait yükseklik; üçgeni, birbirine ve kendisine benzeyen iki dik üçgene ayırır.

*Pisagor teoremi : Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının kareleri toplamı, hipotenüsün uzunluğunun karesine eşittir.

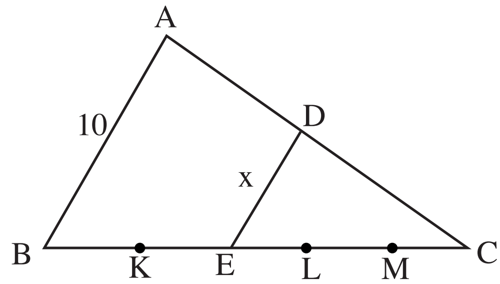
ARAŞTIRMALAR

1. Yandaki şekilde; [DE] // [AB],

|BK| = |KE| = |EL| = |LM| = |MC|

ve |AB| = 10 birimdir. Bu verilere

göre x uzunluğu kaç birim olur?

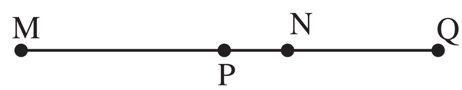


2. 1,8 m boyundaki bir kişi yakınında bulunan bir kavak ağacının yüksekliğini ölçmek istiyor. Kendi gölgesinin uzunluğu 1,5 m olduğu bir anda ağacın gölgesini 9 m olarak ölçüyor. Bu kişi yapacağı hesaplamalar sonucunda ağacın yüksekliğini kaç m bulur?

3. Uzunluğu 18 cm olan aşağıdaki gibi bir MN doğru parçası veriliyor. P noktası M ile N noktaları arasında, Q noktası MN doğrultusunda ve MN doğru parçasının dışındadır.

$\dfrac{|MP|}{|MN|} = \dfrac{5}{6}$ ve $\dfrac{|MQ|}{|NQ|} = 3$ olduğuna

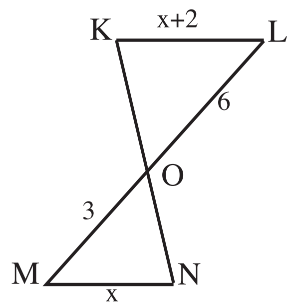
göre $|PQ|$ kaç cm dir?



4. Yandaki şekilde [KL] // [MN] dir.

Şekil üzerindeki verilere göre |MN|

kaç birim olur?



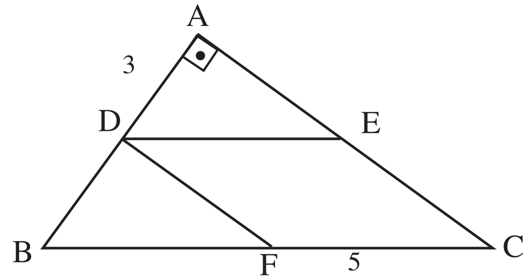
5. Şekilde; [DE] // [BC], [DF] // [AC]

ve $m(\widehat{BDF}) = 90°$ dir.

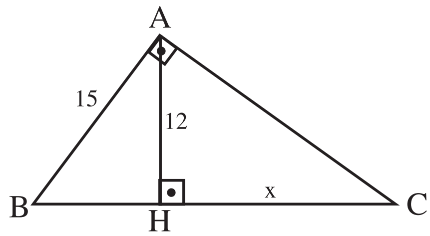
$\dfrac{|AD|}{|DB|} = \dfrac{|BF|}{|FC|} = 1$, $|AD| = 3$ cm ve

$|FC| = 5$ cm olduğuna göre DBF

üçgeninin alanını bulunuz.

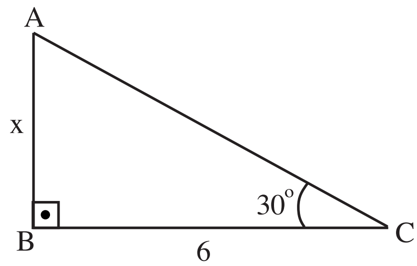


6. Şekilde; $m(\widehat{BAC}) = 90°$ ve $[AH] \perp [BC]$ dir. $|AB| = 15$ cm ve $|AH| = 12$ cm ise $|HC|$ kaç cm olur?

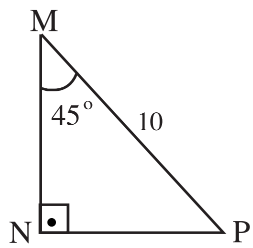


7. Yüksekliği $4\sqrt{3}$ cm olan eşkenar üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

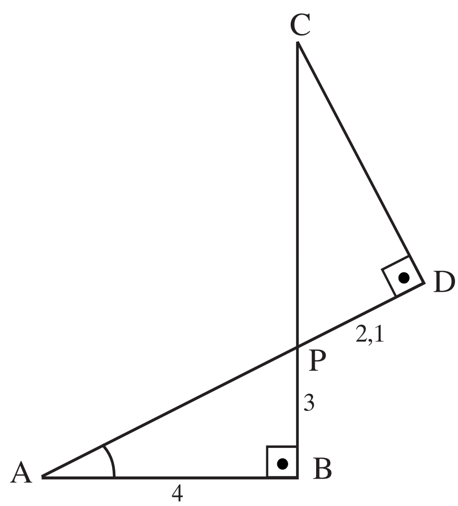
8. Şekilde verilenlere göre ABC dik üçgeninde |AB| kaç birimdir?



9. N açısı dik açı olan yandaki üçgende $m(\widehat{M}) = 45°$ dir. Bu üçgende |MP| = 10 cm olduğuna göre |NP| kaç cm dir?



10. Şekilde $[DA] \perp [DC]$ ve $[BA] \perp [BC]$ dir. |AB| = 4 cm, |BP| = 3 cm ve |DP| = 2,1 cm olduğuna göre |CD| kaç birimdir?



ÜNİTE II DEĞERLENDİRME SORULARI

1. İki üçgen arasında $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$ eşlemesi veriliyor. Buna göre aşağıdaki orantılardan hangisi doğrudur?

A) $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|EF|}$ B) $\frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|}$

C) $\frac{|BC|}{|EF|} = \frac{|AB|}{|DF|}$ D) $\frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|DE|}$

2. $\widehat{KLM}$ ve $\widehat{OPR}$ üçgenlerinin birer açıları arasında $\widehat{L} \cong \widehat{R}$ eşlemesi ile iki-şer kenarlarının uzunlukları arasında $\frac{|KL|}{|OR|} = \frac{|LM|}{|RP|}$ orantısı verildiğine göre aşağıdaki eşlemelerden hangisi doğrudur?

A) $\widehat{KLM} \sim \widehat{OPR}$ B) $\widehat{LMK} \sim \widehat{POR}$

C) $\widehat{KLM} \sim \widehat{ORP}$ D) $\widehat{MLK} \sim \widehat{OPR}$

3. a, b, c, d reel sayıları arasında $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ eşitliği varsa aşağıdaki eşitliklerden hangisi doğrudur?

A) $a = b$ B) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ C) $\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$ D) $b = d$

4. p, r, s, t reel sayıları arasında $\frac{p}{s} = \frac{t}{r}$ orantısı bulunuyorsa aşağıdaki eşitliklerden hangisi **yanlıştır?**

A) $p \cdot t = s \cdot r$ B) $s \cdot t = p \cdot r$ C) $\frac{p+s}{s} = \frac{t+r}{r}$ D) $\frac{p}{t} = \frac{s}{r}$

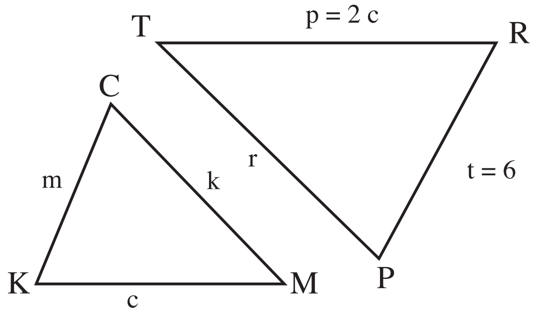
5. $z \in R$, $x = 5$, $u = 3$, $y - z = 4$ ve $\frac{x}{u} = \frac{y}{z}$ ise, z reel sayısının değeri kaçtır?

A) 6 B) 5 C) 4 D) 3

6. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında a, b, c, d birer reel sayıdır. 2a = 3b ve d = 4 olduğuna göre c reel sayısının değeri kaçtır?

A) $\frac{3}{2}$ B) 3 C) 4 D) 6

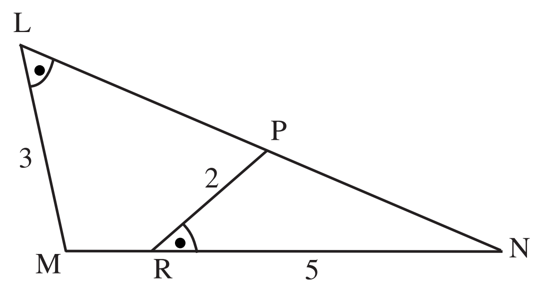
7. Yandaki üçgenler arasında $\widehat{CKM} \sim \widehat{PRT}$ eşlemesi vardır. Üçgenler üzerindeki verilenlere göre m kaçtır?



A) 5 B) 4

C) 3 D) 2

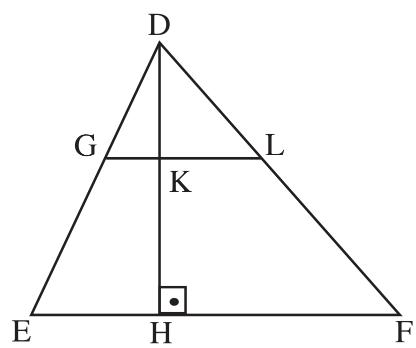
8. Yandaki şekilde, $m(\widehat{PRN}) = m(\widehat{L})$, $|LM| = 3$, $|RN| = 5$ ve $|PR| = 2$ olduğuna göre $|LN|$ kaçtır?



A) 5,5 B) 6

C) 7,5 D) 8

9. Şekilde; $\frac{|DK|}{|KH|} = \frac{2}{3}$, $[GL] // [EF]$ ve $|LF| = 6$ olduğuna göre $[DL]$ nın uzunluğu kaç birimdir?



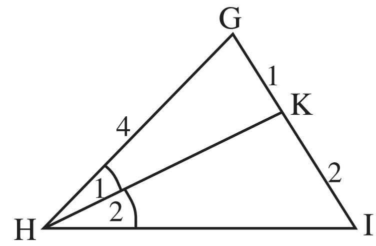
A) 6 B) 5,5

C) 4,5 D) 4

10. Şekildeki GHI üçgeninde $m(\widehat{H}_1) = m(\widehat{H}_2)$
$|GH| = 4$, $|GK| = 1$ ve $|KI| = 2$ olduğuna göre
$|HI|$ kaçtır?

A) 8 B) 7

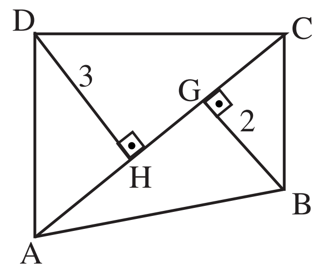
C) 6 D) 4



11. Şekilde $A(\widehat{DAC}) = 6\ cm^2$, $|DH| = 3$ cm
ve $|BG| = 2$ cm olduğuna göre ABC
üçgeninin alanı kaç cm^2 dir?

A) 5 B) 4

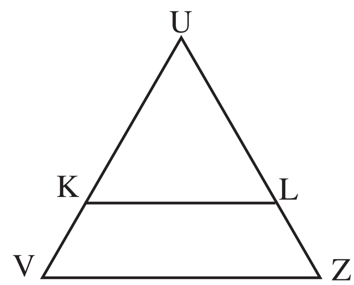
C) 4,5 D) 3



12. Şekilde $[KL] // [VZ]$ olarak veriliyor.
Buna göre aşağıdaki oranlardan hangisi
yanlıştır?

A) $\dfrac{|UK|}{|UV|} = \dfrac{|UL|}{|UZ|}$ B) $\dfrac{|UK|}{|KV|} = \dfrac{|UL|}{|LZ|}$

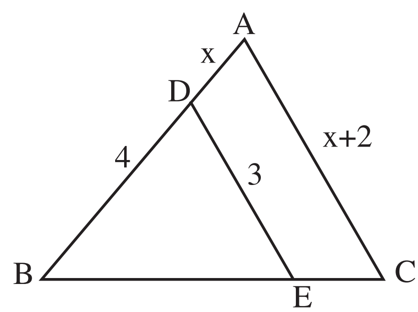
C) $\dfrac{|UK|}{|VZ|} = \dfrac{|UL|}{|LZ|}$ D) $\dfrac{|UK|}{|UV|} = \dfrac{|KL|}{|VZ|}$



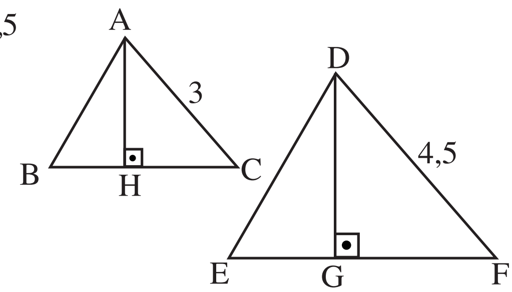
13. Yandaki şekilde; $[DE] // [AC]$, $|BD| = 4$,
$|DE| = 3$, $|AC| = x + 2$ ve $|AD| = x$ olduğuna
göre, x uzunluğu kaç birimdir?

A) 4 B) 3

C) 2 D) 1,5



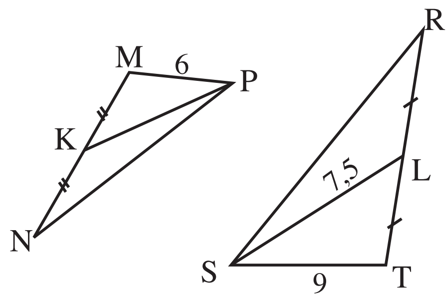
14. Şekilde $\widehat{ABC} \sim \widehat{DEF}$, $|AC| = 3$, $|DF| = 4{,}5$ ve $A(\widehat{ABC}) = 6$ birimkaredir. $A(\widehat{DEF})$ kaç birimkaredir?



A) 9 B) 13,5

C) 14,5 D) 15

15. Yandaki şekilde $\widehat{MNP} \sim \widehat{TRS}$, $|KM| = |KN|$, $|RL| = |TL|$, $|MP| = 6$, $|ST| = 9$ ve $|SL| = 7{,}5$ olduğuna göre $|KP|$ kaçtır?



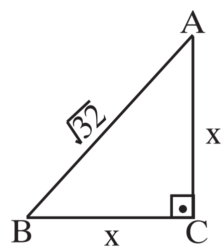
A) 7 B) 6

C) 5 D) 4

16. $\widehat{ABC} \sim \widehat{MNP}$ ve ABC üçgeninin [BC] kenarı 4 birim, çevre uzunluğu ise 18 birimdir. MNP üçgeninin, [NP] kenarının uzunluğu 6 birim olduğuna göre çevre uzunluğu kaç birimdir?

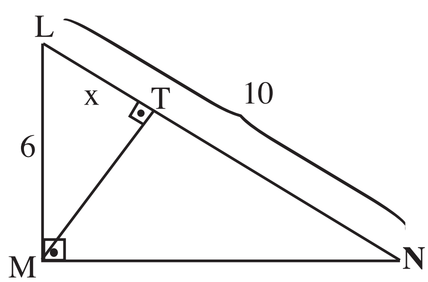
A) 24 B) 25 C) 26 D) 27

17. Verilenlere göre, yandaki ikizkenar dik üçgenin bir dik kenarının uzunluğu kaç birimdir?



A) 5 B) 4 C) 3 D) 2

18. Şekilde, $[MT] \perp [LN]$ ve $m(\widehat{LMN}) = 90°$ dir. $|LM| = 6$ cm ve $|LN| = 10$ cm olduğuna göre $|LT|$ kaç cm dir?

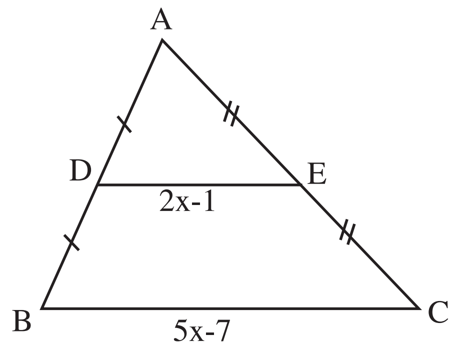


A) 2 B) 2,4

C) 3,6 D) 4

19. Şekilde, |AD| = |DB| ve |AE| = |EC| dir.

|DE| = 2x - 1 ve |BC| = 5x - 7 ise |DE| kaç birimdir?



A) 6 B) 7 C) 9 D) 13

20. Yüksekliğin, hipotenüs üzerinde ayırdığı doğru parçalarının uzunlukları 2 cm ve 8 cm olan dik üçgenin alanı kaç cm^2 dir?

A) 10 B) 12 C) 16 D) 20